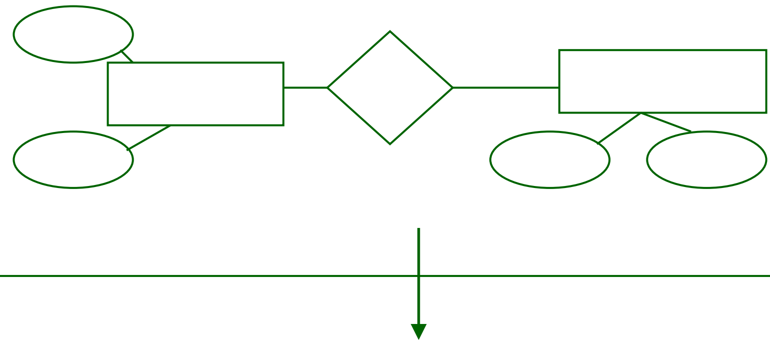
Théorie de la Normalisation

La phase de design d'une BD

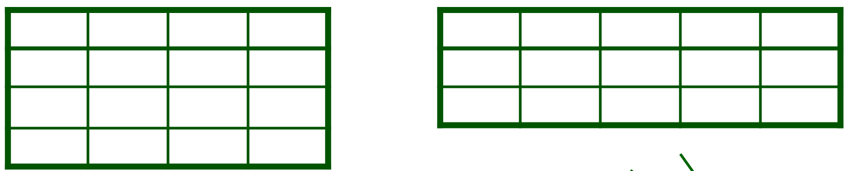
- Analyse des besoins
- Design conceptuel
    - Modèle EA, UML
- Design logique
    - EA vers relations
    - raffinement de schéma: normalisation
- Design physique
    - indexes, etc.

Conception de schéma

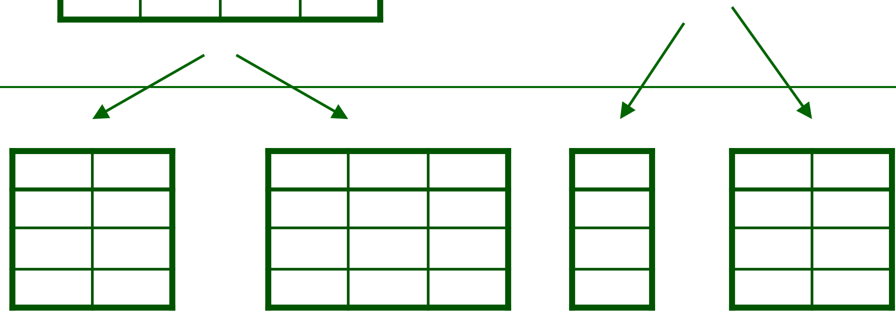
Modèle conceptuel:



Modèle relationnel +
DFs



Normalisation:
Éliminer les ***anomalies***



Théorie de la normalisation

- Anomalies de conception, redondance
- Dépendances fonctionnelles
- Décomposition de schéma
- Formes normales
- Automatisation de la normalisation
- Conclusion

Anomalies de conception de schéma

VOITURE (N°VEH, TYPE, COULEUR, MARQUE, PUISSANCE)

Un type de voiture peut avoir une seule puissance et une seule marque, mais différentes couleurs, numéros

VOITURE	NVH	MARQUE	TYPE	PUIS	COULEUR
	872RH7	RENAULT	R21	7	BLEUE
	975AB8	RENAULT	R21	7	BEIGE
	975AB8	PEUGEOT	205	8	ROUGE

Redondance, anomalies de modification, anomalies d'effacement.

Décomposition

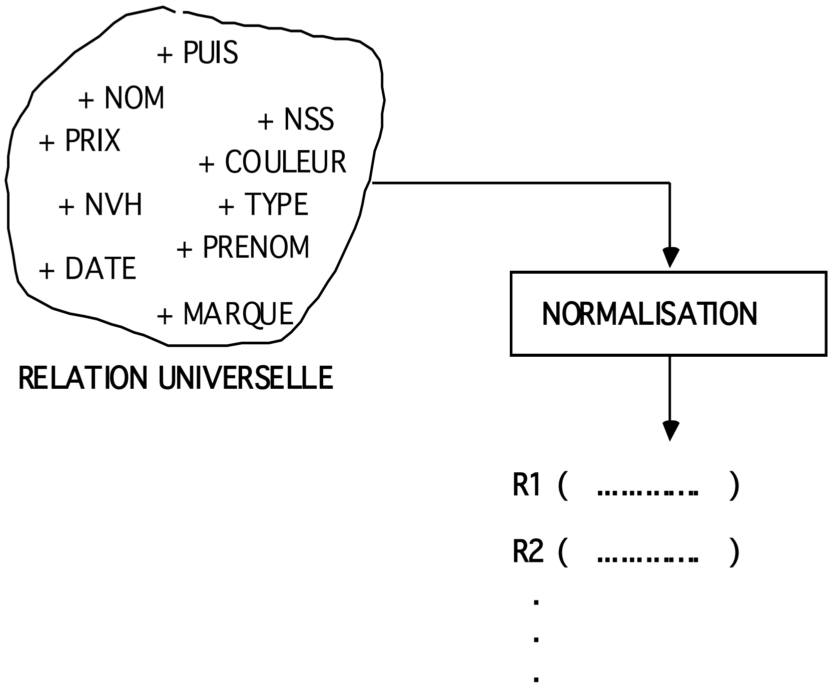
VOITURE	NVH	MARQUE	TYPE	PUIS	COULEUR
	872RH7	RENAULT	R21	7	BLEUE
	975AB8	RENAULT	R21	7	BEIGE
	975AB8	PEUGEOT	205	8	ROUGE

V_TYPE	MARQUE	TYPE	PUIS
	RENAULT	R21	7
	PEUGEOT	205	8

V_NVH	NVH	TYPE	COULEUR
	872RH7	R21	BLEUE
	975AB8	R21	BEIGE
	975AB8	205	ROUGE

Objectif et principes

- Problèmes de conception: redondances et anomalies de m.à.j.
- Objectif : Minimiser les redondances pour améliorer les performance de la BD.
  - requêtes d'interrogation et de mise à jour plus rapides
  - moins de valeurs NULL
  - gestion de l'intégrité des données simplifiée
- Principe :



Dépendances fonctionnelles

❑ Définition :

X --> Y, X détermine Y, ou Y dépend fonctionnellement de X,

X et Y: ensembles d'attributs de R

est une assertion sur toutes les instances de la relation R telle que si deux tuples quelconques de R possèdent la même valeur sur X, alors ils doivent avoir la même valeur sur Y.

Formellement :

X --> Y ssi quel que soit l'instance *r* de R, pour tout tuple t1 et t2 de *r* on a :

$$\Pi_X(t1) = \Pi_X(t2) \implies \Pi_Y(t1) = \Pi_Y(t2)$$

Utilité :

Contrainte sur les données que peut contenir la relation.

Outil de contrôle d'intégrité des données (niveau schéma).

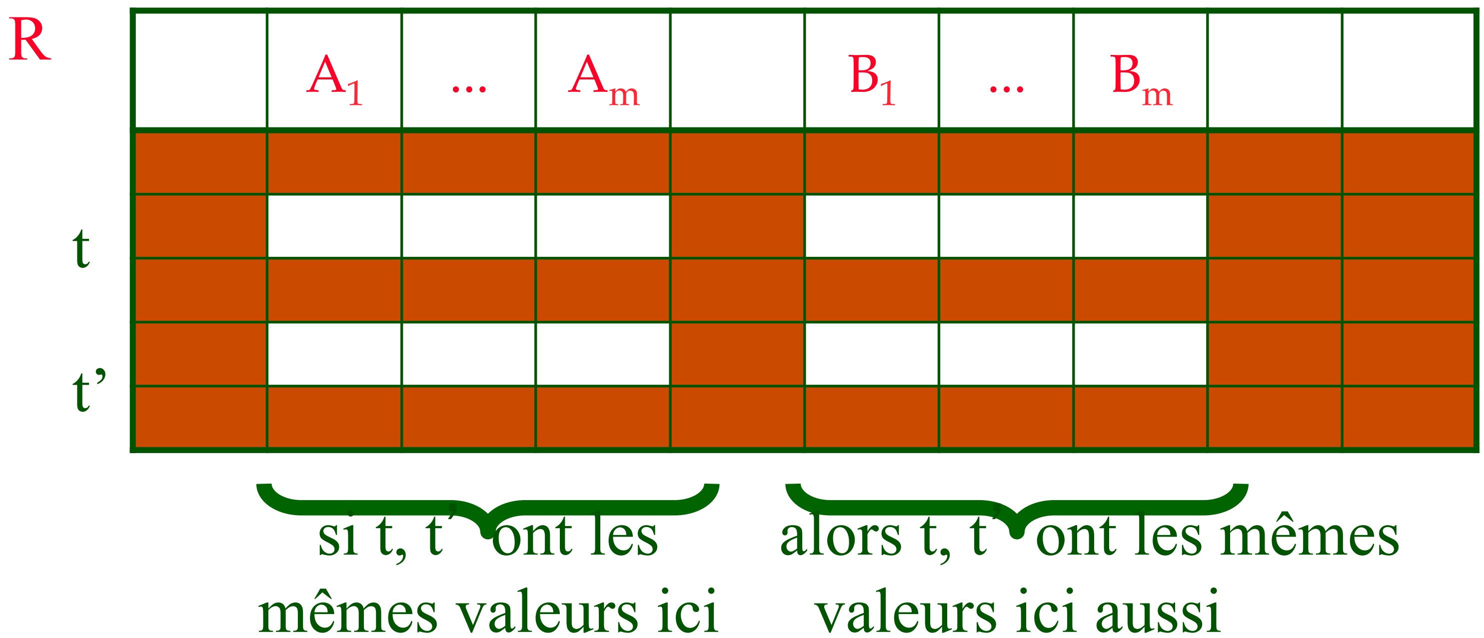
Outil mathématique permettant d'expliquer le processus de la « normalisation »

Vital lorsqu'on veut ré-étudier le schéma d'une BD qui pose problème.

Dépendances fonctionnelles

Definition: $A_1, \ldots, A_m \rightarrow B_1, \ldots, B_n$ vérifiée dans R si:

$$\forall t, t' \in R, (t.A_1=t'.A_1 \wedge \ldots \wedge t.A_m=t'.A_m \Rightarrow t.B_1=t'.B_1 \wedge \ldots \wedge t.B_n=t'.B_n)$$



Exemples

ID	Nom	Tél	Dép
I0	S	1234	Info
I3	M	9876	Ventes
I1	S	9876	Ventes
I9	M	1234	RH

ID -> Nom, Tél, Dép ?

Dép -> Tél ?

Tél -> Dép ?

Observation

Si ces deux DFs vérifiées:

nom -> couleur
couleur, catégorie -> prix

Alors cette DF vérifiée aussi:

nom, catégorie -> prix

Explication?

Axiomes d'Armstrong

Propriétés de base

Réflexivité

Y inclus dans X => X -> Y

Augmentation

X -> Y => XZ -> YZ

Transitivité

X -> Y et Y -> Z => X -> Z

Propriétés déduites

Union

X -> Y

=> X -> YZ

X -> Z

Pseudo-transitivité

X -> Y

=> XW -> Z

YW -> Z

Décomposition

X -> Y

=> X -> Z

Z inclus dans Y

F^+ et Couverture minimale

- Fermeture transitive d'un ensemble F de DF
  - $F^+ = F \cup$ {DF déduites de celles contenues dans F}
- Couverture minimale d'un ensemble F de DF
  - Sous-ensemble minimum de **DF élémentaires** permettant de générer toutes les autres.
  - Théorème : tout ensemble de DF possède une couverture minimale, en général non unique.
  - Formellement, F est une CM ssi :
    - Tout f dans F est élémentaire.
    - Il n'existe pas de f dans F telle que F - {f} soit « équivalent » à F.
- DF élémentaires (les seules utiles)
  - Une **DF élémentaire** est une DF de la forme X -->A, où :
    - A est un attribut, X un ensemble d'attributs, A **n'est pas inclus dans** X
    - **il n'existe pas** X' **inclus dans** X tel que X' -> A dans F+
- Equivalence
  - On dit que deux ensembles de DF sont équivalents s'ils possèdent la même fermeture transitive.

Calcul de F^+

- Avec les axiomes de Armstrong
  - Trop compliqué!

X^+: *Fermeture d'un ensemble d'attributs X*

Pour $X = A_1, \ldots, A_n$

La **fermeture,** $\{A_1, \ldots, A_n\}^+$ = l'ensemble des attributs B t.q. $A_1, \ldots, A_n$ -> B

Exemple:

nom -> couleur
catégorie -> département
couleur, catégorie -> prix

Fermetures:

nom$^+$ = {nom, couleur}
{nom, catégorie}$^+$ = {nom, catégorie, couleur, département, prix}
couleur$^+$ = {couleur}

Calcul de X^+

```
X+:=X
   do{
         pour chaque DF Y->Z dans F tq
                              Y inclus dans X+
         X+:= X+ + Z
         }
   until (X+ inchangé)
```

{nom, catégorie}+ = {nom, catégorie, couleur, département, prix}

nom, catégorie -> couleur, département, prix

Tester l'appartenance d'une DF à F^+

- Les axiomes d'Armstrong: correctes et complètes (calculent F^+)

- Pour tester l'appartenance de X->Y à F^+:
  - calculer la fermeture de X, $X^+=\{A_i \mid X \to A_i\}$
  - tester si Y inclus dans X^+

F^+: Énumérer les DFs X -> Y t.q. $Y \subseteq X^+$ et $X \cap Y = \emptyset$

Clé d'une relation

- Définition :

  Ensemble minimum d'attributs qui détermine tous les autres.

- Formellement :

  Soient : R (A1, A2, ..., An) un schéma de relation, F+ l'ensemble des DF associés et X un sous-ensemble de A1, A2, ... , An.

  X est une clé de R ssi :

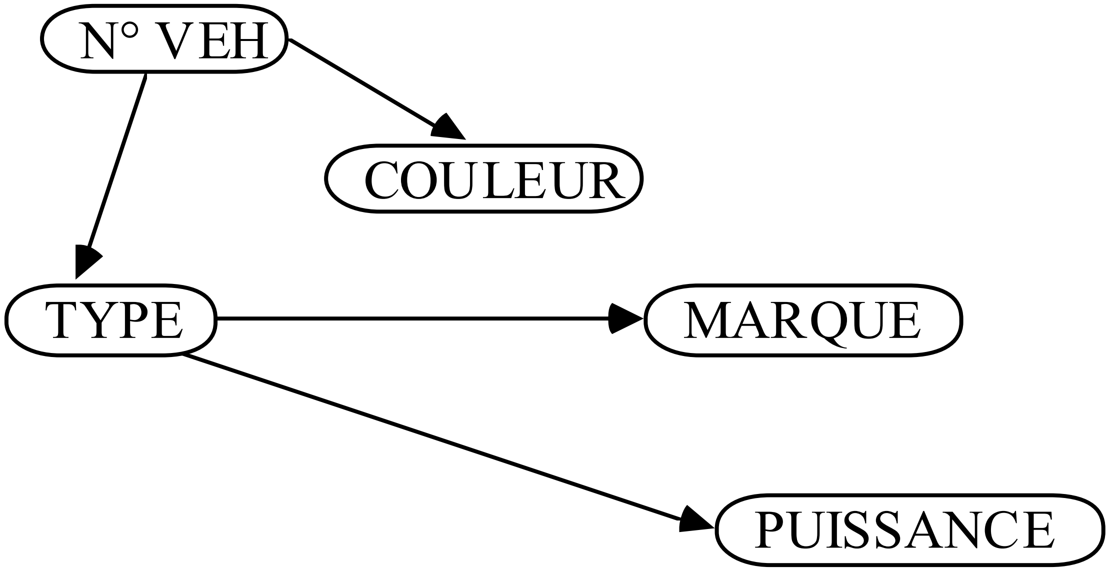
  - X -> A1 A2 ... An est dans F+
  - il n'existe pas de sous-ensemble X' inclus dans X tel que X' -> A1 A2 ... An

- Non unicité :
  - Il peut y avoir plusieurs clés pour une relation (clés candidates)
  - Une est choisie comme clé primaire

- Sur-clé :
  - Sur-clé : X est sur-clé **ssi X->R dans F^+**

Graphe des DF

VOITURE (N°VEH, TYPE, COULEUR, MARQUE, PUISSANCE)

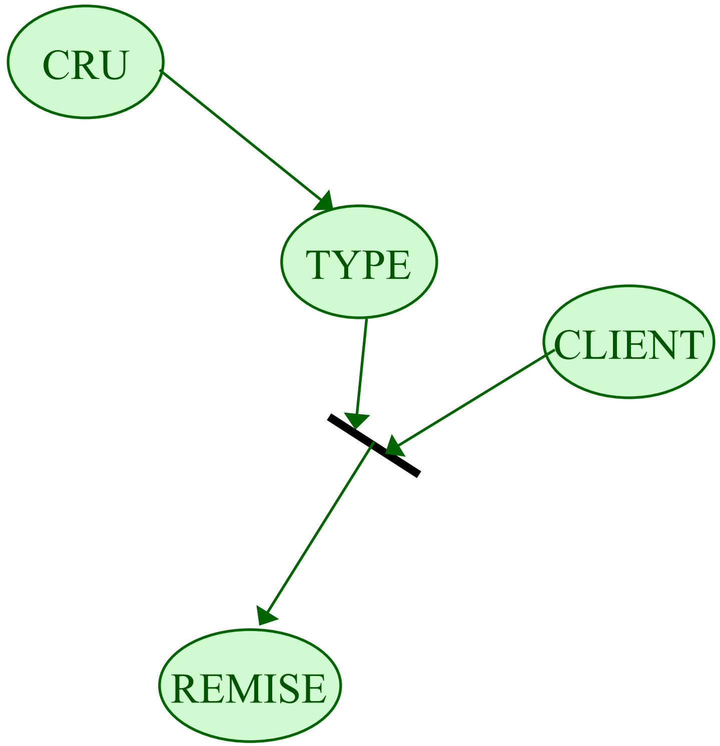


Autre Exemple

CRU	TYPE	CLIENT	REMISE
CHENAS	A	C1	3%
MEDOC	A	C2	5%
JULIENAS	B	C1	4%

CRU --> TYPE

TYPE, CLIENT --> REMISE



Calculer les (sur)clés

- Calculer X^+ pour tous les ensemble X
- Si X^+ = {tous les attributs}, alors X est une (sur)clé
- Lister uniquement les Xs minimaux

Les clés décident la «qualité» d'un schéma.

Décomposition de schéma

Définition :

La décomposition d'un schéma de relation R(A1, ..., An) consiste en son remplacement par une collection de relations (R1,...Rm) tel que

SCHEM (R) = SCHEM (R1) U SCHEM (R2) U ... U SCHEM (Rm)

But de la décomposition :

Casser R en de plus petites relations afin d'éviter :

les redondances

les anomalies en mises à jour

Décomposition Sans Perte d'Information

Définition

Une décomposition d'une relation R en m relation (R1, … Rm) est SPI par rapport à un ensemble de DF si et seulement si, quelle que soit I une instance de R, alors

$$I = I_1 \times I_2 \times \ldots \times I_m$$

où $I_j = \Pi_{Rj}(I)$

c-à-d, Il doit exister une série de jointures sur les instances de R1, …, Rm qui permet de reconstruire I.

Théorème:

Une décomposition de R en R1 et R2 est SPI ssi R1 ∩ R2 est sur-clé de R1 et/ou R2.

Décomposition Sans Perte d'Information

Preuve :

On cherche a démontrer que Π_{R1} (r) x Π_{R2} (r) = r.

- ❖ r $\subseteq \Pi_{R1}$ (r) x Π_{R2} (r) est toujours vrai.

Soient r:

A	**B**	**C**
a1	b1	c1
a2	b2	c2
a3	b1	c3

Π_{R1} (r) :

A	**B**
a1	b1
a2	b2
a3	b1

Π_{R2} (r) :

B	**C**
b1	c1
b2	c2
b1	c3

Π_{R1} (r) x Π_{R2} (r) :

A	**B**	**C**
a1	b1	c1
a1	***b1***	***c3***
a2	b2	c2
a3	***b1***	***c1***
a3	b1	c3

Décomposition Sans Perte d'Information

Preuve :

On cherche a démontrer que $\Pi_{R1}(r) \times \Pi_{R2}(r) = r$.

- $\Pi_{R1}(r) \times \Pi_{R2}(r) \subseteq r$ n'est en général pas vrai.

Si $\exists\, t \in \Pi_{R1}(r) \times \Pi_{R2}(r)$ et $t \notin r$

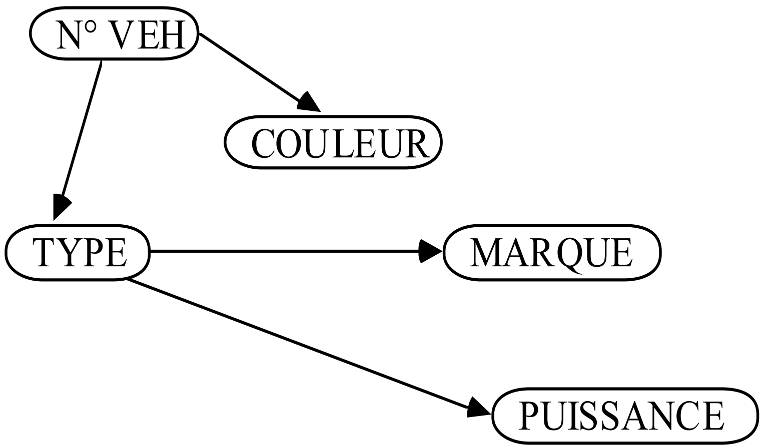
$\Rightarrow$ **R1 $\cap$ R2 n'est pas sur-clé, ni de R1 ni de R2.**

Exemple

VOITURE	NVH	MARQUE	TYPE	PUIS	COULEUR
	872RH75	RENAULT	R21	7	BLEUE
	975AB80	RENAULT	R21	7	BEIGE

R1			R2	
8H75	R21	BLEUE	R21	RENAULT 7
97AB80	R21	BEIGE		

VOITURE = R1 X R2



R'1	R2	R'3
872RH75 R21	R21 7 BLEUE	R21 RENAULT
975AB80 R21	R21 7 BEIGE	

VOITURE <> R'1 X R'2 X R'3

R'1 X R'2 X R'3

872RH75	R21	7	BLEUE	RENAULT
872RH75	R21	7	BEIGE	RENAULT
975AB80	R21	7	BLEUE	RENAULT
975AB80	R21	7	BEIGE	RENAULT

Décomposition sans perte de DF

Définition

Projection de F sur un sous-ensemble X d' attributs: l' ensemble de DFs dans F^+ qui utilisent uniquement X.

Définition

Une décomposition (R1, ...Rm) de R préserve les DFs (SPD) si la fermeture transitive des DFs de R est la même que la fermeture transitive de l'union des projection des DFs sur R1, ... Rm.

Exemple: A->B, B->C, C->A et la décomposition AB, BC

Tester si une décomposition est SPD: par la définition.

Example (1)

Exemple

1) **R1 (NVH, TYPE, COULEUR) =>F1 = { NVH -> TYPE, NVH -> COULEUR }**

   R2 (TYPE, MARQUE, PUIS) => F2 = { TYPE -> MARQUE, TYPE -> PUIS }

   ==> OK

2) **R'1 (NVH, TYPE) => F'1 = { NVH -> TYPE }**

   R'2(TYPE, PUIS, COULEUR) =>F'2 = {TYPE -> PUIS}

   R'3(TYPE, MARQUE) => F'3 = {TYPE -> MARQUE}

   ==> ON A PERDU LA DF : NVH ->COULEUR

Exemple (2)

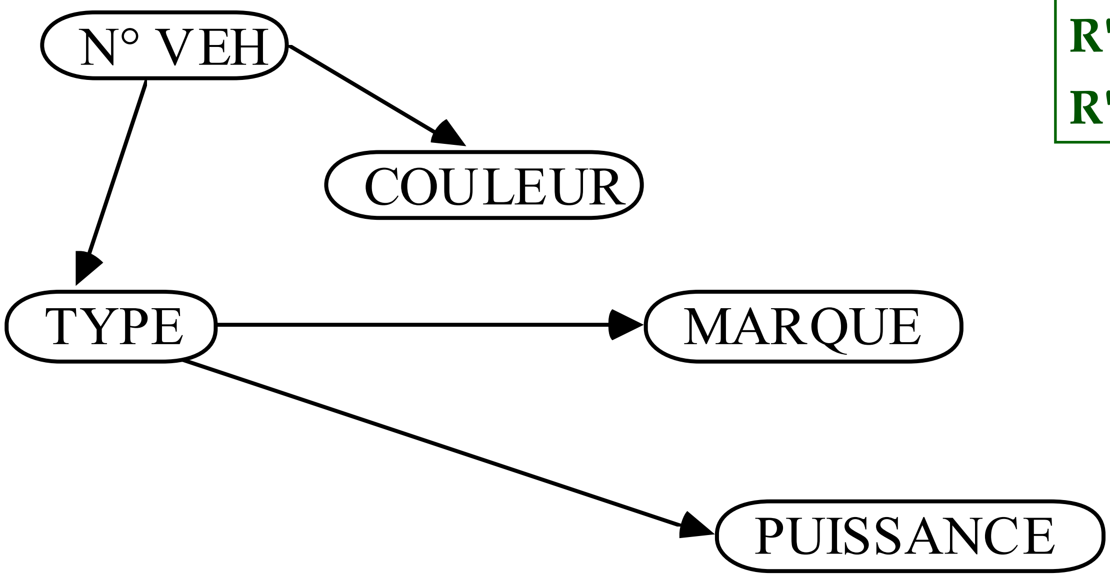
VOITURE (NVH, MARQUE, TYPE, PUIS, COULEUR)

VOITURE	NVH	MARQUE	TYPE	PUIS	COULEUR
	87 2RH75	RENAULT	R21	7	BLEUE
	97 5AB80	RENAULT	R21	7	BEIGE

R1 (NVH, TYPE, COULEUR)
R2 (TYPE, MARQUE, PUIS)

Décomposition

R'1 (NVH, TYPE)
R'2 (TYPE, PUIS, COULEUR)
R'3 (TYPE, MARQUE)



Formes normales pour éliminer les anomalies

Deux FN principales, BCNF et 3NF

Idée principale:
$X \rightarrow A$ est OK si X est un (sur)clé
sinon
$X \rightarrow A$ mauvaise (BCNF), à moins que A prime (3NF)

A prime: A appartient à une clé.

Formes normales

Définition 1NF

Une relation est en 1ère forme normale si tout attribut contient une valeur atomique (unique)

Exemple

PERSONNE	NOM	PROFESSION
	DUPONT	Ingénieur, Professeur
	MARTIN	Géomètre

Une telle relation doit être décomposée en répétant les noms pour chaque profession

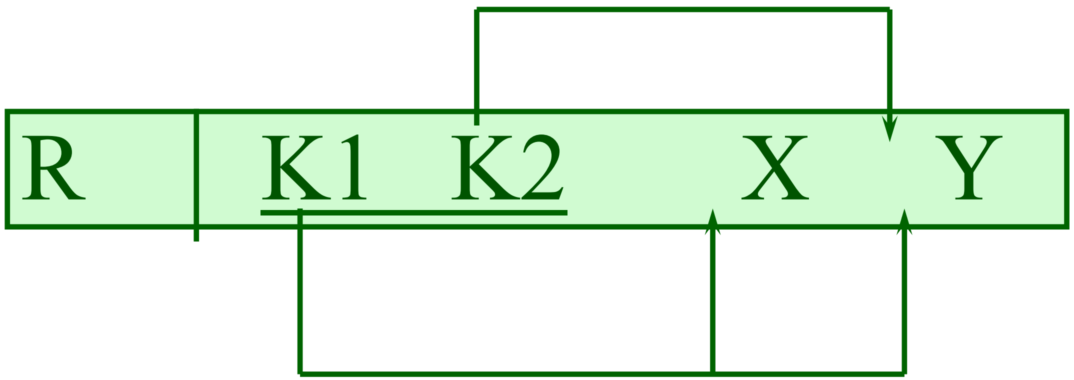
2NF

Définition

une relation est en 2e forme normale ssi :

- elle est en 1ère forme
- tout attribut non clé ne dépend pas d'une partie de clé

Schéma



Une telle relation doit être décomposée en

R1(<u>K1,K2</u>,X) et R2(<u>K2</u>,Y)

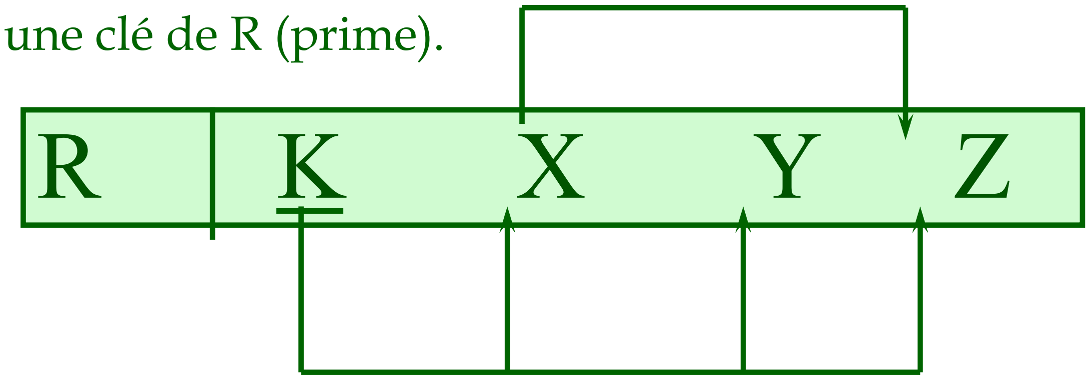
Exemple 2NF

- Exemple 1 :
  - Fournisseur (nom,adresse, article, prix)
  - La clé est (nom, article)
  - Mais nom --> adresse : pas en 2e forme

- Exemple 2 :
  - R (cru,type,client,remise)
  - La clé est (cru, client)
  - Mais cru --> type : pas en 2e forme

3NF

- Définition
  - une relation est en 3e forme normale ssi :
    - elle est en 1ère forme
    - tout attribut n'appartenant pas a une clé ne dépend pas d'un ensemble d'attributs qui ne sont pas (sur)clé
    - X->A une DF non triviale dans F+ alors :
      - X contient une clé de R ou
      - A fait partie d'une clé de R (prime).
- Schéma



Une telle relation doit être décomposée en

R1(<u>K,</u> X, Y) et R2(X,Z)

Exemple 3ème Forme

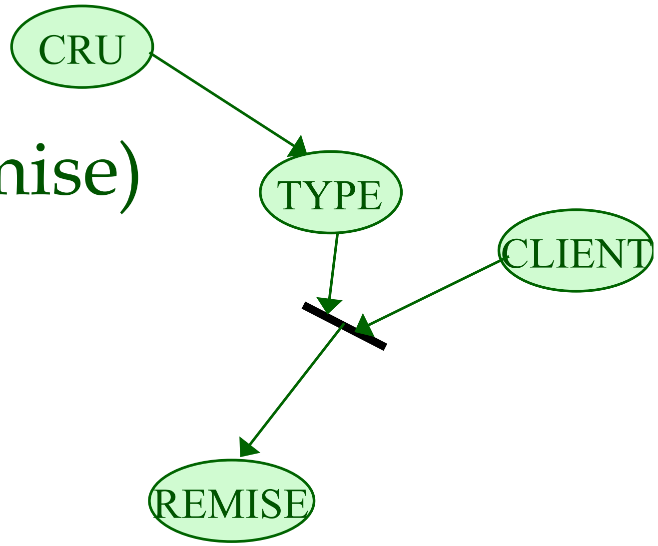
- Exemple
  - Voiture (nvh, marque, type,puissance, couleur)
  - Type --> marque
  - Type --> puissance

  Pas en 3eme forme !

- Caractéristiques de la 3NF :
  - redondance limitée
  - On arrive toujours à une décomposition en 3NF SPI et SPD

Exemples de décomposition

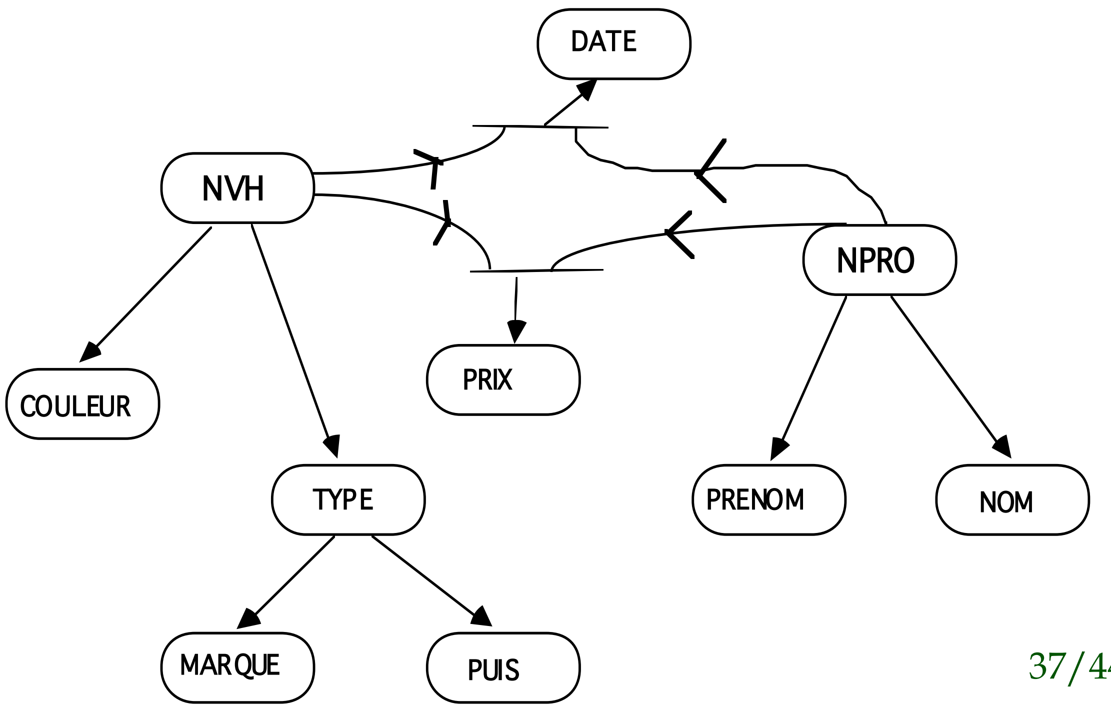
- Voiture (nvh, marque, type, puissance, couleur)
  - véhicule (nvh, type, couleur)
  - Modèle (type, marque, puissance)



- Réduction (cru, type, client, remise)
  - Remise (Type,client,remise)
  - Type (cru,type)
  - Commande(Cru, Client)

Algorithme de décomposition

1. A partir du graphe G des DF, calculer une couverture minimale C
2. Rechercher le plus grand ensemble X d'attributs qui détermine d'autres attributs A1, … An
   - Sans DF entre attributs : Ai->Aj
3. Editer la relation (X, A1, … , An) qui est en 3FN
4. Supprimer les DFs (X->A1, … X->An) du graphe de couverture minimale C
5. Supprimer les attributs isolés de C (i.e. les attributs non-cible ni source de DF)
6. Répéter l'opération de réduction du graphe C à partir de l'étape 2, jusqu'à ce que C soit vide.
7. Ajouter une relation dont les attributs forment une clé de la relation universelle

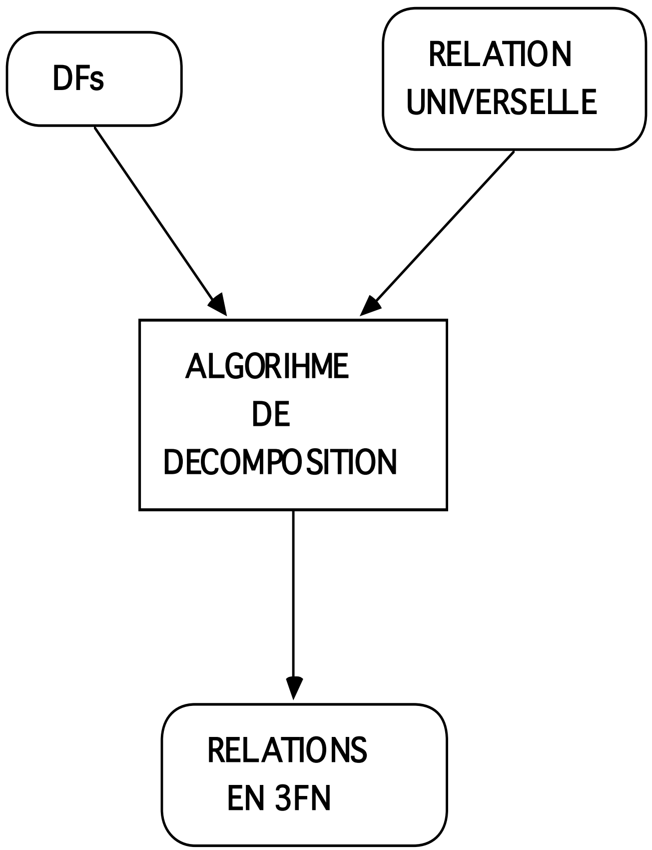


Comment tester si R en 3NF?

- Calcul des clés (les X^+)
- Pour chaque X->A dans F, par la définition
  - X (sur)clé ?
  - A prime?

Automatisation de la décomposition

AUTOMATISATION DU PROCESSUS DE DECOMPOSITION EN 3NF, A PARTIR DE L'ENSEMBLE DES ATTRIBUTS ET DES DFs



Encore moins de redondances : BCNF

Définition:

une relation est en BCNF (Boyce-Codd Normal Form) ssi :

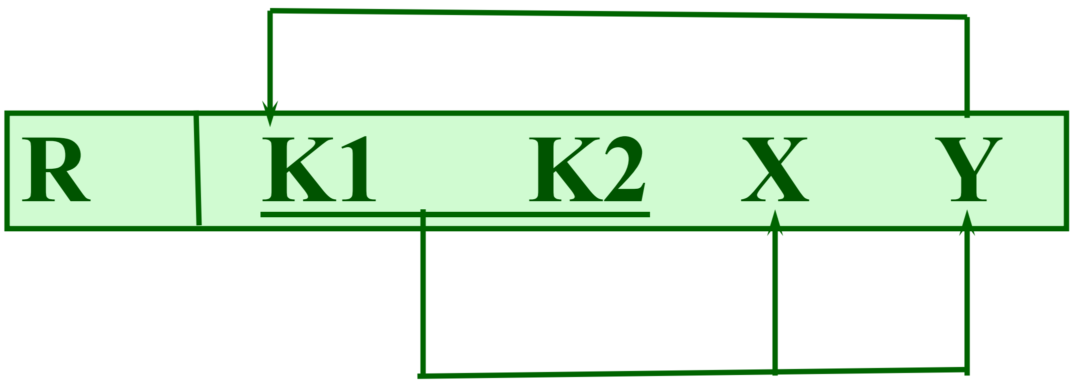
les seules dépendances fonctionnelles sont du type clé détermine attribut

X->A une DF non triviale dans F^+ alors :

- **X contient une clé de R**

Plus simple que 3NF, un peu plus fort, mais ne peut pas toujours être obtenue SPD !

$X^+=\{X\}$ ou $X^+=$tout



Une telle relation peut être décomposée en

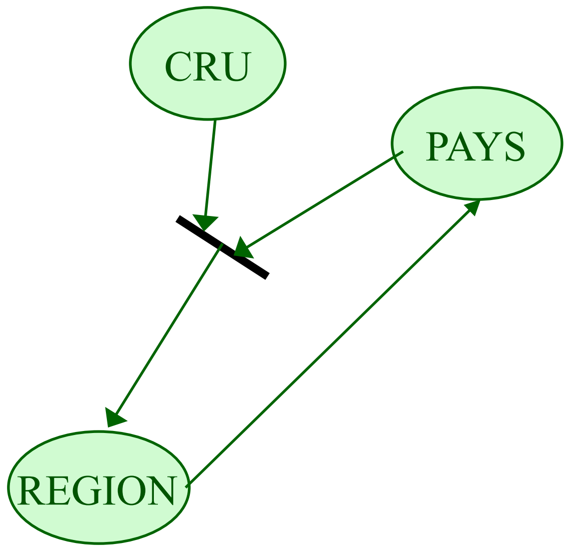
R1(<u>K2, Y</u>, X) et R2(<u>Y</u>,K1)

Exemple

CRU, PAYS --> REGION

REGION--> PAYS

R (CRU, PAYS, REGION), en 3NF



Décomposition BCNF :

R1(<u>REGION</u>, PAYS)
R2(<u>CRU, REGION</u>)

Décomposition en BCNF

Algorithme:

(1)Pour R(A) et X t.q. $\mathbf{X^+} \neq X \neq A$

- ❑ Décomposer en $R_1(X \cup \{A - \mathbf{X^+}\})$ et $R_2(\mathbf{X^+})$

(2) Répéter le premier pas pour R_1 et R_2

Comment tester si R(A) en BCNF?

-calcul de X^+ pour chaque X->Y dans F,

-test si X^+=A ou X^+ =X

Exemple: CSJDPQV, clé C, SD->P, J->S, JP->C

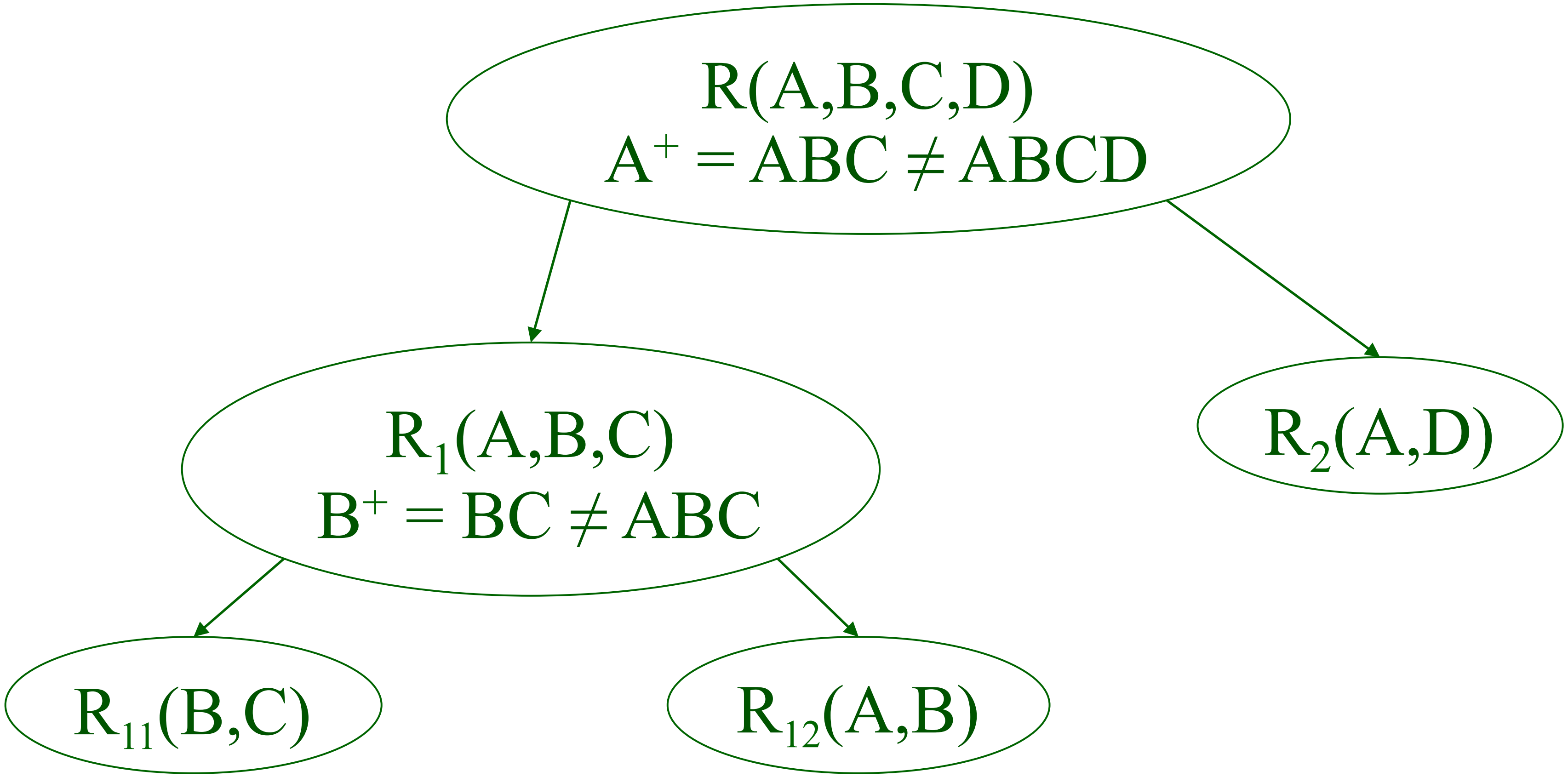
Exemple sans SPD: ABC, AB->C, C->B

On ne peut pas décomposer sans perdre AB->C

R(A,B,C,D)

A ->B
B -> C

Exemple



Si on choisit d'abord B^+ (ou AB^+) ?

Conclusion

- Normalisation utile
  - pour obtenir une représentation canonique des entités du monde réel
  - pour améliorer la performance de la BD

- Normalisation automatisable
  - Algos 3NF
  - outils du commerce (Power Designer, ER-Win, etc.)